PENERAPAN METODE NUMERIK UNTUK MENYELESAIKAN INTEGRASI NUMERIK DENGAN MENGGUNAKAN PROGRAM PASCAL

Cahaya Intan Pasaribu¹, Nazwa Pahira Dongoran², Samuel Bahagia Fernando Ujung³
^{1,2,3}Universitas Negeri Medan

Email: cahayaintan715@gmail.com¹, nazwadongoran319@gmail.com²,
ujungsamuel172@gmail.com³

Abstrak: Metode numerik merupakan salah satu mata kuliah yang penting di perguruan tinggi untuk menyelesaikan berbagai persoalan matematika. Dengan metode ini, nilai eksak dari suatu perhitungan dapat dihiperir melalui pendekatan numerik. Salah satu penerapan metode numerik yang umum adalah dalam integrasi numerik, yang bertujuan untuk mendapatkan nilai hampiran dari integral tertentu yang sulit atau tidak mungkin diselesaikan secara analitik. Beberapa metode yang sering digunakan dalam integrasi numerik meliputi metode trapesium, metode Simpson, dan metode Gauss kuadratur. Penelitian ini berfokus pada penerapan metode integrasi numerik sebagai solusi untuk menyelesaikan permasalahan integral yang kompleks dengan bantuan perangkat lunak, khususnya menggunakan program Pascal. Dengan memanfaatkan Pascal, metode numerik dapat diimplementasikan secara efektif untuk menghitung nilai hampiran dari berbagai fungsi integral. Diharapkan, penelitian ini dapat memberikan pemahaman yang lebih mendalam mengenai penerapan integrasi numerik melalui penggunaan program Pascal, serta menjadi referensi bagi pengembangan metode numerik dalam menyelesaikan persoalan matematika yang lebih rumit.

Kata Kunci: Metode Numerik, Integrasi Numerik, Metode Simpson 1/3 dan Program Pascal.

***Abstract:** Numerical methods are one of the important courses in college to solve various mathematical problems. With this method, the exact value of a calculation can be approached through a numerical approach. One common application of numerical methods is in numerical integration, which aims to obtain an approximate value of a certain integral that is difficult or impossible to solve analytically. Some methods that are often used in numerical integration include the trapezoidal method, the Simpson method, and the Gauss quadrature method. This study focuses on the application of numerical integration methods as a solution to solve complex integral problems with the help of software, especially using the Pascal program. By utilizing Pascal, numerical methods can be implemented effectively to calculate the approximate values of various integral functions. It is hoped that this study can provide a deeper understanding of the application of numerical integration through the use of the Pascal program, as well as being a reference for the development of numerical methods in solving more complex mathematical problems.*

***Keywords** Numerical Methods, Numerical Integration, Simpson 1/3 Method and Pascal Program.*

PENDAHULUAN

Metode numerik adalah cara penyelesaian suatu masalah dengan prinsip melakukan perhitungan secara berulang (iterasi) sehingga mendekati nilai aslinya (eksak) (Panjaitan, 2017). Tidak semua permasalahan matematis atau perhitungan dapat diselesaikan dengan

mudah. Ini menjelaskan bahwa tidak semua permasalahan dapat diselesaikan dengan menggunakan perhitungan biasa (Hutagalung et al., 2017). Salah satu caranya adalah dengan menggunakan integral numerik yang dibantu oleh bantuan komputer dengan program-program yang ada (Yafet, 2019). Hadirnya pengaruh komputer membawa perkembangan yang terus berkelanjutan dalam melakukan pendekatan untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi (Alwi ii & iii, n.d.).

Integrasi Numerik merupakan cara penyelesaian suatu permasalahan integral dengan menggunakan prinsip metode numerik (Dzakwan Kamal Zein et al., 2022). Integral numerik digunakan untuk mendapatkan nilai-nilai hampiran dari beberapa integral tentu yang memerlukan penyelesaian numerik sebagai hampirannya (Alwi ii & iii, n.d.). Persoalan Integrasi Numerik adalah menghitung integral tentu $i = \int_a^b f(x)dx$ yang dalam hal ini a dan b batas integrasi, f adalah fungsi yang diberikan secara eksplisit dalam bentuk persamaan ataupun secara empiric (Ansar & Ekawati, 2021)

Integrasi numerik terdiri dari metode trapesium, metode (aturan) simpson dan metode gaus kuadratus (Firdaus et al., 2023). Metode trapesium merupakan metode pendekatan integral numerik dengan satu polinomial orde satu. Metode simpson memiliki dua jenis yaitu simpson 1/3 dan simpson 3/8. Metode simpson 1/3 menggunakan tiga titik data (polinomial orde dua) dan Simpson 3/8 menggunakan empat titik data (polynomial orde tiga) jarak antara titik data sama (Vulandari et al., n.d.).

Metode kuadratur Gauss adalah nilai integrasi numerik cukup diperoleh dengan menghitung fungsi $f(x)$ pada beberapa titik tertentu. Perumusan kuadratur gauss pada aproksimasi integrasi $f(x)$ dengan interval $[-1,1]$ untuk $(n \geq 3)$ membutuhkan perhitungan yang rumit (Radesa & Ginting, n.d.).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan eksperimen murni (true experimental) untuk menyelesaikan masalah integral numerik dengan memanfaatkan metode simpson 1/3, yang diimplementasikan menggunakan program pascal. Proses penelitian ini melibatkan beberapa langkah algoritma untuk memperoleh nilai hampiran dari integral suatu fungsi.

Berikut adalah langkah-langkah algoritma yang dilakukan:

1. Menentukan fungsi yang diintegrasikan yaitu $y = f(x)$
2. Memasukkan batas bawah integrasi a

3. Memasukkan batas atas integrasi b
4. Menetapkan jumlah pias n, dengan n harus bernilai genap agar sesuai metode simpson 1/3.
5. Menghitung lebar pias menggunakan $h = \frac{b-a}{n}$
6. Menentukan nilai ekak dari integral fungsi (jika tersedia)
7. Menyusun table untuk metode simpson 1/3
8. Menghitung hasil intgrasi menggunakan metode simpson 1/3 rumus:

$$I = \frac{h}{3} \left(f_0 + 4 \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3,6,9}}^{n-1} f_i + 2 \sum_{i=3,6,9}^{n-3} f_i + f_n \right)$$

9. Menghitung kesalahan (galat) dari metode simson 1/3
10. Mengukur waktu eksekusi program pascal dalam menyelesaikan masalah

Untuk mencapai tujuan penelitian beberapa tahapan yang dilakukan meliputi:

1. Persiapan : merancang konsep dan perangkat yang dibutuhkan dalam penelitian
2. Pembuatan kode pascal yang mengimplementasi simpson 1/3
3. Pengujian program dengan menerapkan beberapa fungsi yang hasilnya sudah diketahui
4. Perbaikan kode program : jika perlu ada perbaikan
5. Penerapan program pada fungsi eksponensial, polinomial,dan trigonometri untuk menghitung nilai hampiran, galat serta waktu eksekusi.
6. Analisis hasil yang diperoleh dari program
7. Kesimpulan yang diambil berdasarkan hasil analisis yang dilakukan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini, metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan integrasi numerik adalah metode simpson 1/3.

Integerasi numerik adalah Teknik komputasi yang dapat digunakan dalam memperkirakan nilai integral tertentu secara numerik karena kompleksnya suatu fungsi atau Solusi analitik tidak dapat dilakukan (Penulis et al., n.d.)

Menurut (Zakaria & Muharramah, n.d.)Formula untuk integrasi numerik sebagai berikut:

$$\int_{x_0}^{x_n} y \, dx = nh \left[y_0 + \frac{n}{2} \Delta y_0 + \frac{n(2n-3)}{12} \Delta^2 y_0 + \frac{n(n-2)^2}{24} \Delta^3 + \dots \right]$$

Bentuk umum formula yang diberikan dalam persamaan diatas dapat dibedakan berdasarkan nilai n yang merupakan *bilangan bulat positif tertentu*

Salah satu Teknik integrasi numerik yang relative dipakai adalah metode *Simpson*. Metode *Simpson* dapat diperoleh dari persamaan diatas untuk $n = 2$, yaitu dengan aproksimasi parabolis. Formula untuk aturan ini diperoleh dengan cara yaitu:

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_2} y \, dx &= 2h \left[y_0 + \Delta y_0 + \frac{1}{6} \Delta^2 y \right] \\ &= 2h \left[y_0 + (y_1 - y_0) + \frac{1}{6} \Delta(\Delta y_0) \right] \\ &= 2h \left[y_1 + \frac{1}{6} \Delta(y_1 - y_0) \right] \\ &= 2h \left[y_1 + \frac{1}{6} [(y_2 - y_1) - (y_1 - y_0)] \right] \\ &= 2h \left[y_1 + \frac{1}{6} (y_2 - 2y_1 + y_0) \right] \\ &= 2h \left[\frac{1}{6} y_0 + \frac{2}{3} y_1 + \frac{1}{6} y_2 \right] \\ &= \frac{h}{2} [y_0 + 4y_1 + y_2] \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama diperoleh :

$\int_{x_2}^{x_4} y \, dx = \frac{h}{3} [y_2 + 4y_3 + y_4]$ secara umum diperoleh $\int_{x_{n-2}}^{x_n} y \, dx = \frac{h}{3} [y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n]$ jumlah keseluruhan integral yang dimiliki adalah:

$$\int_{x_0}^{x_n} y \, dx = \frac{h}{3} [y_0 + 4(y_1 + y_1 + y_1 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_1 + y_1 + y_1 + \dots + y_{n-2}) + y_n]$$

Integrasi dengan menggunakan formula diatas dikenal dengan sebutan **Metode Simpson 1/3**. Dalam metode ini, interval integrasi dibagi menjadi interval bagian yang banyaknya genap dengan jarak h . Galat pada metode Simpson yaitu:

$$-\frac{(b-a)}{180} h^4 y^{(4)}(x) \text{ dengan } y^{(4)}(x) \text{ adalah nilai terbesar dari derivative ke-4.}$$

Pada penelitian ini, program pascal dibuat dengan mengikuti algoritma metode *Simpson 1/3*. Fungsi yang akan diinput pada program pascal yaitu sebagai berikut:

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx$$

Pada interval $[0, \pi]$ dan dengan menggunakan $n = 6$ (6 subinterval)

Secara analitik penyelesaian integralnya yaitu:

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} \sin(x) dx &= -\cos(x) \Big|_0^{\pi} \\ &= [-\cos(\pi)] + [\cos(0)] \\ &= -(-1) + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

Kemudian, dengan menggunakan program free pascal kita juga dapat menyelesaikan masalah integral tersebut, dengan mengikuti metode *Simpson 1/3*

program SimpsonIntegration;

uses crt, math;

{ Fungsi yang akan diintegrasikan }

function f(x: real): real;

begin

f := sin(x);

end;

{ Fungsi untuk metode Simpson 1/3 }

function Simpson13(a, b: real; n: integer): real;

var

h, sum, x: real;

i: integer;

begin

h := (b - a) / n; { Menghitung panjang subinterval }

sum := f(a) + f(b); { Menghitung nilai fungsi di batas-batas integrasi }

{ Loop untuk menghitung nilai fungsi di titik-titik dalam interval }

for i := 1 to n - 1 do

```

begin
x := a + i * h; { Menghitung posisi titik }
if i mod 2 = 0 then
sum := sum + 2 * f(x) { Jika indeks genap, dikalikan 2 }
else
sum := sum + 4 * f(x); { Jika indeks ganjil, dikalikan 4 }
end;
Simpson13 := (h / 3) * sum; { Menghitung hasil akhir integral }
end;
var
a, b: real;
n: integer;
result: real;
begin
clrscr;

{ Mengatur batas integrasi dan jumlah subintervals }
a := 0.0; { Batas bawah }
b := pi; { Batas atas (nilai pi) }
n := 6; { Jumlah subintervals }

{ Memanggil fungsi Simpson13 untuk menghitung nilai integral }
result := Simpson13(a, b, n);
{ Menampilkan hasil }
writeln('Nilai integral menggunakan metode Simpson 1/3: ', result:0:5);
readln;
end.

```

Hasil dari integral menggunakan program pascal metode Simpson 1/3 yaitu :

$$I_{\text{simpson}} = 2.00086$$

Sengankan hasil analitiknya yaitu:

$$I_{\text{eksak}} = 2$$

Sehingga galatnya yaitu:

$$\begin{aligned} Galat &= |I_{eksak} - I_{simpson}| = |2 - 2.00086| \\ &= 0.00086 \end{aligned}$$

KESIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Dari penelitian ini kita menggunakan metode numerik untuk menghitung integrasi numerik menggunakan metode simpson 1/3, yang penyelesaian solusinya sulit dikerjakan secara analitik tetapi menggunakan bantuan software yaitu program pascal. Metode simpson 1/3 dipilih karena kesederhanaanya dalam memberikan hasil yang mendekati solusi eksak dengan galat yang kecil. Pada penelitian ini, menggunakan metode simpson 1/3 menghasilkan perhitungan secara analitik eksaknya adalah 2. Sedangkan pada program pascal menggunakan fungsi sinus dengan batas integrasi $[0, \pi]$ dan jumlah subinterval sebanyak 6, dari program pascal menghasilkan integral sebesar 2.00086. Dengan galat $|2 - 2.00086| = 0.00086$, metode ini mampu memberikan hasil secara efektif membagi interval integrasi menjadi subinterval yang sama, dan menghitung nilai pada fungsi-fungsi tertentu. Implementasi metode simpson 1/3 dalam program pascal menunjukkan bagaimana metode ini dapat diterapkan dalam komputasi numerik menggunakan program.

Saran

Saran yang dapat kami sampaikan selaku penulis kepada para pembaca lainnya, semoga dapat bermanfaat dan bisa sebagai bahan acuan untuk menghitung pendekatan integrasi numerik menggunakan simpson 1/3 menggunakan program pascal. Dan kami menyadari bahwa dalam penulisan masih jauh dari kata sempurna, oleh karena itu kami mohon maaf sebagai penulis.

DAFTAR PUSTAKA

- Alwi ii, W., & iii, N. (n.d.). *SOLUSI INTEGRASI NUMERIK DENGAN METODE SIMPSON (SIMPSON'S RULE) PADA TRANSFORMASI HANKEL*.
- Ansar, A., & Ekawati, D. (2021). Pengintegralan Numerik untuk Interval Titik yang Tidak Sama menggunakan Aturan Boole. *JOMTA Journal of Mathematics: Theory and Applications*, 3(1).

-
- Dzakwan Kamal Zein, E., Rasimeng, S., & Dani, I. (2022). VALIDASI PENGARUH JUMLAH PARTISI DALAM PERHITUNGAN METODE INTEGRASI NUMERIK TERHADAP TINGKAT AKURASI DAN GALAT MENGGUNAKAN MATLAB (STUDI KASUS: RIEMANN KIRI DAN ATURAN TRAPESIUM). *Asimtot : Jurnal Kependidikan Matematika*, 4(1), 51–61. <https://doi.org/10.30822/asimtot.v4i1.1942>
- Firdaus, A., Amrullah, A., Wulandari, N. P., & Hikmah, N. (2023). Analisis Efisiensi Integral Numerik Metode Simpson 1/3 dan Simpson 3/8 Menggunakan Program Software Berbasis Pascal. *Jurnal Teknologi Informatika Dan Komputer*, 9(2), 1051–1064. <https://doi.org/10.37012/jtik.v9i2.1737>
- Hutagalung, S. N., Kunci -Numerik, K., & Raphson, N. (2017). PEMAHAMAN METODE NUMERIK (STUDI KASUS METODE NEW-RHAPSON) MENGGUNAKAN PEMROGRMAN MATLAB. In *JURNAL TEKNOLOGI INFORMASI (JurTI)* (Vol. 1, Issue 1).
- Panjaitan, M. (2017). PEMAHAMAN METODE NUMERIK MENGGUNAKAN PEMROGRMAN MATLAB (Studi Kasus : Metode Secant) Kata kunci-Metode Numerik, Metode Secant. In *JURNAL TEKNOLOGI INFORMASI (JurTI)* (Vol. 1, Issue 1).
- Penulis, T., Hasrudy Siregar, Z., Irwansyah, M., Ekayanti, A., Syamsiyah, N., Wicaksono, A., Ma, H., Pakka, tang, Indah Lestari, N., Ernawati, I., Ramdhany Edy, M., & Alfinuri, N. (n.d.). *METODE NUMERIK*. www.freepik.com
- Radesa, A., & Ginting, B. (n.d.). *INTEGRASI NUMERIK DENGAN METODE KUADRATUR GAUSS-LEGENDRE MENGGUNAKAN PENDEKATAN INTERPOLASI HERMITE DAN POLINOMIAL LEGENDRE*.
- Vulandari, R. T., Si, S., & Si, M. (n.d.). *METTOEORDI, KAESUSN, DANUAPMLIKASEI RIK*.
- Yafet, P. (2019). PENERAPAN INTEGRAL NUMERIK DALAM MENGHITUNG LUAS DAERAH TIDAK BERATURAN. *Asimtot : Jurnal Kependidikan Matematika*, 1(2), 127–132. <https://doi.org/10.30822/asimtot.v1i2.278>
- Zakaria, L., & Muharramah, U. (n.d.). *METODE NUMERIK*.