

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA MENURUT TEORI CASTOLAN PADA MATERI ORBITS, CYCLES DAN ALTERNATING GRUP

**Gita Helena Tarigan¹, Stephani Theresa Vania Tampubolon², Sri Lestari Manurung³,
Dwi Ayu Febrianti⁴, Engeli Emmanuela Br Tambunan⁵**

^{1,2,3,4,5}Universitas Negeri Medan

gitahelenatarigan@gmail.com¹, stephanitheresa04@gmail.com²,
sri_lestarimanurung@unimed.ac.id³, dwiayufebrianti26@gmail.com⁴,
engeliemmanuela10@gmail.com⁵

ABSTRACT; *This study aims to analyze students' errors in solving problems related to the concept of orbits in group theory based on Castolan's error theory. This study uses a qualitative method with a descriptive approach. The research sample consisted of five students of the Mathematics Education study program at the State University of Medan who had studied group theory material in the Algebraic Structure course. Data collection techniques used included written tests containing questions related to orbits, cycles, and alternating groups and in-depth interviews to explore students' understanding of solving problems. The results of students' answers were analyzed based on Castolan's theory, which groups errors into three main categories: conceptual errors, procedural errors, and technical errors. The results showed that students experienced various types of errors, with procedural and conceptual errors being the most dominant. Procedural errors occur because students do not complete the steps to solve the problem systematically, for example in determining the orbit of an element until it returns to its initial position or in performing cycle multiplication that does not follow the correct operating rules. Conceptual errors arise due to a lack of understanding of the definition of orbit and how to determine cycles in permutations. The main factors causing these errors are the lack of student experience in connecting group theory concepts with their applications, the lack of problem-solving-based practice questions, and the tendency for learning methods to be too theoretical. Technical errors occur due to errors in arithmetic operations in solving problems. The results of this study provide insight for educators to develop more effective learning strategies, by emphasizing an exploration-based approach and problem solving to reduce conceptual and procedural errors in understanding group theory.*

Keywords: *Student Errors, Castolan Theory, Orbits, Cycles And Alternating Groups.*

ABSTRAK; Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal terkait konsep orbits dalam teori grup berdasarkan teori kesalahan Castolan. Penelitian ini menggunakan metode kualitatif dengan pendekatan deskriptif. Sampel penelitian terdiri dari lima mahasiswa program studi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan yang telah mempelajari materi teori grup dalam mata kuliah Struktur Aljabar. Teknik pengumpulan data yang digunakan meliputi tes tertulis yang berisi soal-soal terkait orbits, cycles, dan alternating group serta wawancara mendalam untuk menggali pemahaman mahasiswa terkait penyelesaian soal. Hasil jawaban mahasiswa dianalisis berdasarkan teori Castolan, yang mengelompokkan kesalahan menjadi tiga kategori utama: kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknis. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami berbagai jenis kesalahan, dengan kesalahan prosedural dan konseptual menjadi yang paling dominan. Kesalahan prosedural terjadi karena mahasiswa tidak menyelesaikan langkah-langkah penyelesaian soal secara sistematis, misalnya dalam menentukan orbit suatu elemen hingga kembali ke posisi awalnya atau dalam melakukan perkalian cycle yang tidak mengikuti aturan operasi yang benar. Kesalahan konseptual muncul akibat kurangnya pemahaman terhadap definisi orbit dan cara menentukan siklus dalam permutasi. Faktor utama penyebab kesalahan ini adalah kurangnya pengalaman mahasiswa dalam menghubungkan konsep teori grup dengan aplikasinya, minimnya latihan soal berbasis pemecahan masalah, serta kecenderungan metode pembelajaran yang terlalu teoritis. Kesalahan teknik terjadi dikarenakan terjadinya kesalahan operasi hitung dalam penyelesaian soal. Hasil penelitian ini memberikan wawasan bagi pendidik untuk mengembangkan strategi pembelajaran yang lebih efektif, dengan menekankan pendekatan berbasis eksplorasi dan pemecahan masalah guna mengurangi kesalahan konseptual dan prosedural dalam memahami teori grup.

Kata Kunci: Kesalahan Mahasiswa, Teori Castolan, Orbits, Cycles Dan Alternating Grup.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang memiliki peran fundamental dalam berbagai bidang kehidupan. Selain digunakan untuk menyelesaikan masalah sehari-hari, matematika juga menjadi dasar bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, khususnya dalam bidang komunikasi dan komputasi. Tidak hanya sekadar perhitungan angka, matematika juga berfungsi sebagai alat untuk membuktikan kebenaran suatu gagasan serta menyelesaikan masalah secara sistematis dan rasional. Dalam perkembangannya,

berbagai cabang matematika seperti aljabar, analisis, teori peluang, dan matematika diskrit terus mengalami kemajuan yang signifikan (Manurung, dkk, 2024).

Mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam mempelajari struktur aljabar, yang dapat disebabkan oleh beberapa faktor. Salah satunya adalah kurangnya pengalaman dalam menghubungkan konsep abstrak dengan situasi nyata. Selain itu, keterbatasan dalam memahami simbol dan notasi matematika juga menjadi hambatan, ditambah dengan metode pembelajaran yang kurang mendukung pemahaman yang lebih mendalam. Materi struktur aljabar umumnya disampaikan dengan pendekatan yang sangat teoritis dan formal, tetapi kurang memberikan ilustrasi atau aplikasi yang lebih intuitif. Akibatnya, mahasiswa merasa kesulitan dalam membangun pemahaman yang kuat terhadap materi ini (Astuti & Zulhendri, 2017).

Salah satu cabang matematika yang memiliki tingkat abstraksi tinggi adalah Teori Grup. Mata kuliah ini diajarkan pada jenjang sarjana maupun pascasarjana sebagai bagian dari studi matematika murni. Teori Grup berfokus pada konsep-konsep aljabar yang melibatkan struktur dan operasi matematis. Pembelajaran dalam mata kuliah ini lebih menitikberatkan pada teori dasar, pembuktian teorema, serta sedikit aspek perhitungan. Oleh karena itu, mahasiswa sering menghadapi kesulitan dalam memahami mata kuliah ini, terutama karena mereka lebih terbiasa dengan perhitungan numerik dibandingkan dengan proses pembuktian matematis (Hanifah & Agung, 2018). Oleh sebab itu, penting untuk mengkaji pemahaman mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan Teori Grup, khususnya dalam konteks grup permutasi.

Grup permutasi merupakan salah satu konsep fundamental dalam Teori Grup yang memiliki aplikasi luas dalam berbagai bidang matematika. Konsep ini memungkinkan representasi banyak grup sebagai subgrup dari grup permutasi melalui teori representasi grup. Dalam grup permutasi, terdapat beberapa konsep utama yang menjadi fokus pembelajaran, yaitu orbits, cycles, dan alternating group. Orbits menggambarkan bagaimana suatu elemen berpindah di bawah aksi grup, cycles berkaitan dengan permutasi yang mengembalikan elemen ke posisi semula setelah sejumlah langkah tertentu, sedangkan

alternating group merupakan subgrup dari symmetric group yang terdiri dari semua permutasi genap (Saragih, 2023).

Meskipun konsep-konsep tersebut memiliki peran penting dalam memahami struktur grup secara lebih mendalam, mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam mempelajarinya. Beberapa faktor yang menyebabkan kesulitan ini antara lain kurangnya pengalaman dalam menghubungkan konsep abstrak dengan situasi nyata, keterbatasan dalam memahami simbol dan notasi matematika, serta pendekatan pembelajaran yang terlalu teoritis dan kurang memberikan ilustrasi intuitif (Gultom, dkk, 2025). Akibatnya, mahasiswa sering melakukan berbagai kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan orbits, cycles, dan alternating group.

Penelitian sebelumnya oleh Manurung, dkk. (2024) menunjukkan bahwa mahasiswa masih banyak melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal terkait materi ini. Kesalahan tersebut mencakup kesalahan teknis, kesalahan dalam penarikan kesimpulan, serta kesalahan prosedural akibat kurangnya pemahaman terhadap definisi dan sifat dasar konsep-konsep tersebut. Mengingat bahwa pemahaman yang tepat dalam matematika sangat bergantung pada ketepatan dalam menggunakan rumus dan konsep serta akurasi perhitungan, maka analisis terhadap jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa menjadi suatu hal yang sangat penting.

Dalam penelitian ini, analisis kesalahan mahasiswa akan dilakukan berdasarkan pendekatan teori Castolan, yang mengklasifikasikan kesalahan menjadi tiga jenis utama: (1) kesalahan konseptual, yaitu kesalahan dalam menafsirkan istilah, memahami konsep, serta prinsip yang berkaitan dengan konsep tersebut; (2) kesalahan prosedural, yang terjadi ketika mahasiswa melakukan kesalahan dalam menyusun langkah-langkah penyelesaian masalah secara sistematis; dan (3) kesalahan teknis, yang berkaitan dengan kesalahan dalam melakukan operasi perhitungan.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal orbits, cycles, dan alternating group dengan menggunakan pendekatan teori Castolan. Secara lebih spesifik, penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi jenis-jenis kesalahan yang paling sering terjadi, mengklasifikasikan

kesalahan tersebut berdasarkan pola berpikir mahasiswa, serta menganalisis faktor-faktor penyebabnya. Dengan demikian, hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan bagi pendidik dalam merancang strategi pembelajaran yang lebih efektif guna meminimalkan kesalahan mahasiswa dalam memahami konsep-konsep dasar dalam Teori Grup.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode kualitatif dengan pendekatan deskriptif. Tujuan utama penelitian ini adalah menganalisis jenis-jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam memahami konsep Orbit, Cycle, dan Alternating group dengan menerapkan pendekatan kastolan. Studi ini dilaksanakan di Universitas Negeri Medan. Adapun populasi dalam penelitian ini terdiri dari mahasiswa Pendidikan Matematika angkatan 2022 yang telah mempelajari materi tersebut dalam mata kuliah Struktur Aljabar. Sampel dipilih menggunakan teknik purposive sampling, yaitu lima mahasiswa yang menunjukkan jumlah kesalahan tertinggi.

Penelitian ini menggunakan teknik pengumpulan data berupa tes tertulis. Tes tersebut diberikan kepada mahasiswa yang menjadi subjek penelitian. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa soal tes yang terdiri dari tiga pertanyaan yang mencakup materi Orbit, Cycle, dan Alternating Group. Jawaban mahasiswa kemudian dianalisis untuk mengidentifikasi kesalahan berdasarkan indikator kesalahan Kastolan. Berikut adalah soal tes yang digunakan untuk menganalisis kesalahan mahasiswa:

No.	Soal
1.	<u>Tentukan orbit dari permutasi berikut:</u> $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 2 & 4 & 8 & 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$
2.	<u>Hitunglah hasil penggandaan dari cycle-cycle berikut:</u> $(1, 4, 5) (7, 8) (2, 5, 7)$
3.	Diketahui simetri grup S_4 memiliki 24 elemen. Berapa banyak elemen yang ada dalam alternating grup A_4

Teknik analisis data yang digunakan berdasarkan tahapan Kastolan dengan indikator yang disajikan dalam tabel berikut ini:

No.	Jenis Kesalahan	Indikator Kesalahan
1.	Kesalahan Konseptual	a. Tidak dapat menginterpretasikan masalah/menggunakan istilah, konsep, dan prinsip b. Penggunaan rumus, teorema, maupun cara yang menyimpang dari ketentuan rumus c. Tidak menyertakan rumus, teorema, maupun cara dalam menyelesaikan soal.
2.	Kesalahan Prosedural	a. Salah dalam menerapkan langkah-langkah penyelesaian soal b. Tidak dapat menyelesaikan soal sampai tahap akhir
3.	Kesalahan Teknik	a. Kesalahan pada proses perhitungan matematika saat menyelesaikan soal

Sumber: dimodifikasi dari Anggraini et al.,2023

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pelaksanaan penelitian ini dilakukan dengan terlebih dahulu memberikan tes tertulis dengan materi orbit, cycle, alternating grup. Berdasarkan hasil jawaban tes oleh mahasiswa, berikut hasil analisis data didapatkan jenis-jenis kesalahan yang dialami oleh siswa sebagai berikut:

Inisial Mahasiswa	Jenis Kesalahan		
	Soal 1	Soal 2	Soal 3
JSN	Konsep	Teknik	-
NM	Konsep	Teknik	Konsep
AS	-	Prosedural	Konsep
RG	Prosedural	Teknik	-
AW	Konsep	-	Konsep

Analisis dan Pembahasan Kesalahan Konseptual

Kesalahan konseptual merupakan kesalahan dalam menggunakan atau menafsirkan suatu istilah, konsep atau prinsip. Terdapat 3 bentuk kesalahan yang dapat dikategorikan menjadi jenis kesalahan konseptual, yaitu (1) Tidak dapat menginterpretasikan masalah/menggunakan istilah, konsep, dan prinsip; (2) Penggunaan rumus, teorema, maupun cara yang menyimpang dari ketentuan rumus; (3) Tidak menyertakan rumus, teorema, maupun cara dalam menyelesaikan soal.

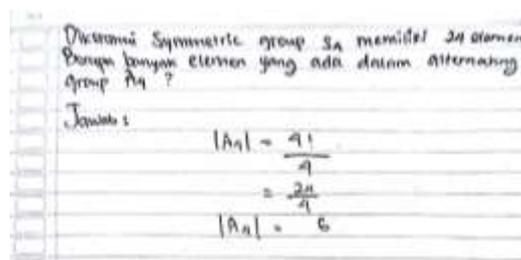
Kesalahan konsep yang terjadi pada penelitian ini antara lain kesalahan karena tidak dapat menginterpretasikan masalah/ menggunakan istilah, konsep, dan prinsip. Kesalahan penggunaan rumus, teorema, maupun cara yang menyimpang dari ketentuan rumus dan kesalahan tidak menyertakan rumus, teorema, maupun cara dalam menyelesaikan soal,

sehingga responden menghasilkan penyelesaian yang berbeda dari yang diperintahkan. Berikut merupakan contoh hasil pekerjaan mahasiswa yang mengalami kesalahan konsep:



Gambar 1. Hasil penyelesaian JSN

Pada soal nomor 1, subjek JSN salah dalam memahami konsep orbit dengan hanya menuliskan pasangan permutasi tanpa mencari cycle dari setiap elemen, sehingga responden menghasilkan jawaban yang salah. Seharusnya subjek JSN mencari cyclenya terlebih dahulu sehingga di dapat $(1, 5, 8, 7)(2, 6, 3)(4)$, maka orbit-orbitnya adalah orbit dari 1: $\{1, 5, 8, 7\}$, orbit dari 2: $\{2, 6, 3\}$, dan orbit dari 4: $\{4\}$.



Gambar 2. Hasil penyelesaian AW

Pada soal nomor 3, subjek AW salah dalam memilih dan menerapkan rumus. Terlihat bahwa responden menggunakan rumus $|A_n| = \frac{n!}{n}$, seharusnya rumus yang digunakan untuk menyelesaikan soal adalah $|A_n| = \frac{n!}{2}$ sehingga jawaban akhirnya adalah 12.

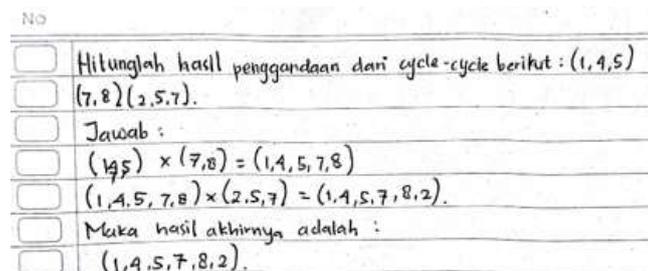
Analisis dan Pembahasan Kesalahan Prosedural

Terdapat 2 bentuk kesalahan yang dapat dikategorikan menjadi jenis kesalahan prosedural, yaitu (1) Salah dalam menerapkan langkah-langkah penyelesaian soal; (2) Tidak dapat menyelesaikan soal sampai tahap akhir. Kesalahan prosedural ini terjadi pada jawaban

soal nomor 1 dan soal nomor 2 dalam penelitian ini. Dan termasuk kedalaman kesalahan terbanyak yang ditemui di kedua soal tersebut selama penelitian ini. Berikut merupakan pembahasan hasil jawaban subjek penelitian yang mengalami kesalahan prosedural pada soal no 1 dan soal no 2:



Gambar 3. Hasil penyelesaian RG



Gambar 4. Hasil penyelesaian AS

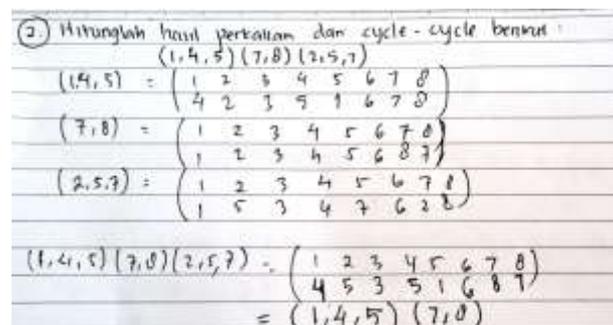
Berdasarkan pekerjaan yang telah dilakukan, subjek RG pada soal nomor 1 dan subjek AS pada soal nomor 2 sama-sama melakukan kesalahan prosedural. Kedua subjek melanggar indikator pertama dari kesalahan prosedural, yaitu salah dalam menerapkan langkah-langkah penyelesaian soal, yang berdampak pada jawaban akhir yang salah. Pada soal nomor 1, kesalahan terjadi karena subjek tidak menyelesaikan langkah pencarian satu orbit secara lengkap. Orbit terbentuk ketika suatu elemen berpindah hingga kembali ke posisi awalnya. Seharusnya, orbit 1 dimulai dari angka 1 dan berakhir pada angka 7. Namun, subjek hanya menuliskan hingga angka 8, sehingga orbit yang diperoleh tidak sesuai dengan aturan yang benar.

Sementara itu, pada soal nomor 2, kesalahan prosedural terjadi pada tahapan perkalian cycle A dan cycle B. Seharusnya, perkalian dilakukan dari kanan ke kiri, tetapi subjek keliru dengan mengalikannya dari kiri ke kanan. Kesalahan ini mengakibatkan jawaban akhir yang

salah Kesimpulannya, kedua subjek mengalami kesalahan dalam mengikuti prosedur yang benar dalam menyelesaikan soal, baik dalam menentukan orbit maupun melakukan perkalian cycle. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman terhadap langkah-langkah penyelesaian soal masih perlu diperbaiki agar tidak terjadi kesalahan serupa.

Analisis dan Pembahasan Kesalahan Teknikal

Kesalahan hitung merupakan kesalahan yang terjadi dalam melakukan operasi perhitungan Dalam struktur aljabar, kesalahan teknik menurut Kastolan dapat terjadi ketika seseorang melakukan kesalahan dalam menerapkan definisi, aturan operasi, atau sifat-sifat suatu struktur matematika



Gambar 5. Hasil penyelesaian NM

Dari gambar di atas, kesalahan yang terjadi dari pekerjaan subjek NM merupakan kesalahan teknik. Dapat dilihat responden sudah dengan benar menuliskan tabel yang menunjukkan bagaimana setiap elemen dipetakan oleh siklusnya masing-masing. Ini adalah langkah yang baik untuk memahami bagaimana setiap permutasi bekerja. Namun untuk hasil penggandaan cycle yaitu $(1,4,5)(7,8)$ masih terdapat kesalahan. Seharusnya perkalian permutasi dilakukan dari kanan ke kiri, artinya permutasi terakhir diterapkan terlebih dahulu. Untuk menemukan hasil dari $(1,4,5)(7,8)(2,5,7)$, dimulai dari $(2,5,7)$ terlebih dahulu, kemudian $(7,8)$ lalu $(1,4,5)$. Dari jawaban tersebut kita dapat menyimpulkan bahwa mahasiswa tersebut tidak mengetahui tahapan dalam mengerjakan soal tersebut

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian ini, dapat ditemukan tiga jenis kesalahan utama dalam mengerjakan soal Orbit, Cycle, dan Alternating Group, yaitu kesalahan konseptual,

kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik. Pada kesalahan konseptual terjadi karena mahasiswa salah menginterpretasikan konsep, menggunakan rumus yang tidak sesuai, atau tidak menyertakan langkah yang benar dalam penyelesaian soal. Misalnya, pada soal nomor 1, mahasiswa tidak mencari cycle sebelum menentukan orbit, dan pada soal nomor 3, terdapat kesalahan dalam menerapkan rumus orde alternating group. Kesalahan prosedural muncul akibat penerapan langkah-langkah yang tidak tepat atau tidak menyelesaikan soal dengan benar. Contohnya, pada soal nomor 1, orbit tidak ditentukan secara lengkap, dan pada soal nomor 2, perkalian cycle dilakukan dengan urutan yang salah. Kesalahan teknik berkaitan dengan kesalahan perhitungan atau aturan operasi. Misalnya, dalam perkalian permutasi, mahasiswa tidak menerapkan urutan yang benar sehingga hasil akhirnya salah. Dapat disimpulkan bahwa pemahaman mahasiswa terhadap konsep pada materi orbit, cycle, dan alternating grup masih perlu diperbaiki. Diperlukan pendekatan pembelajaran yang lebih menekankan pemahaman konsep dasar, penerapan langkah-langkah yang tepat, serta ketelitian dalam perhitungan agar kesalahan serupa dapat diminimalisir.

DAFTAR PUSTAKA

- Anggraini, N., Utomo, D. P., & Azmi, R. D. (2023). Analysis of student errors in solving minimum competency assessment problems based on kastolan theory. *Kalamatika: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1-10.
- Astuti, & Zulhendri. (2017). ANALISIS KESULITAN BELAJAR STRUKTUR ALJABAR PADA MAHASISWA SEMESTER III JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA STKIP PAHLAWAN TUANKU TAMBUSAI RIAU TAHUN AJARAN 2015/2016. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7-23.
- Gultom, G. A., Simatupang, D. A., Purba, S. G., Rumapea, M. S., & Sinaga, C. V. (2025). Resistensi Mahasiswa Dalam Mengatasi Kesulitan Belajar Struktur Aljabar di Universitas HKBP Nommensen Pematangsiantar. *Journal Islamic Social Sciences And Humanities*, 44--54.
- Hanifah, & Abadi, A. P. (2018). Analisis Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Teori Grup. *Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 235-244.

Manurung, S. L., Khairunnisa, A. P., Lubis, F. R., Raudyatuzzahra, A., & Butarbutar, H. H. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Soal Pada Materi Operasi Biner dan Grup di Universitas Negeri Medan. *Jurnal Ilmu Pendidikan dan Pembelajaran*, 170-179.

Manurung, S. L., Purba, B. I., Haloho, E. F., & Manik, R. E. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Materi "Orbit, Cycle, dan Alternating Grup" pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. *Jurnal Pendidikan Kreativitas Pembelajaran*, 74-82.

Saragih, S. (2023). *Struktur Aljabar 1*. Medan: Larispa Indonesia.