

## **OPTIMISASI STRUKTUR BIAYA PRODUKSI PADI SAWAH MENGUNAKAN METODE KUHN–TUCKER**

Angelyca<sup>1</sup>, Cecilia Br. Perangin-angin<sup>2</sup>, Nia Devi Friskauly<sup>3</sup>, Danu Rama Dani<sup>4</sup>, Nerli  
Khairani<sup>5</sup>

Universitas Negeri Medan<sup>1,2,3,4,5</sup>

[angel\\_@mhs.unimed.ac.id](mailto:angel_@mhs.unimed.ac.id)<sup>1</sup>, [ceciliabrperanginangin@gmail.com](mailto:ceciliabrperanginangin@gmail.com)<sup>2</sup>,  
[niadevi@mhs.unimed.ac.id](mailto:niadevi@mhs.unimed.ac.id)<sup>3</sup>, [danu\\_@mhs.unimed.ac.id](mailto:danu_@mhs.unimed.ac.id)<sup>4</sup>

### **ABSTRAK**

Biaya produksi yang tinggi menjadi salah satu permasalahan utama dalam penanaman padi sawah sehingga diperlukan pengelolaan input produksi yang efisien. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan struktur biaya minimum penanaman padi sawah dengan menggunakan metode Karush–Kuhn–Tucker (KKT). Metode penelitian yang digunakan adalah pendekatan kuantitatif melalui pemodelan optimisasi nonlinier dengan fungsi tujuan meminimalkan total biaya produksi dan kendala berupa ketersediaan benih, pupuk, pestisida, dan tenaga kerja. Data yang digunakan merupakan data simulasi yang disesuaikan dengan kondisi umum penanaman padi sawah. Hasil analisis menunjukkan bahwa biaya minimum penanaman padi sawah yang diperoleh adalah sebesar Rp48.211.000,82 per periode tanam, dengan sebagian besar kendala berada pada kondisi aktif. Hasil ini menunjukkan bahwa metode Karush–Kuhn–Tucker efektif dalam mengoptimalkan struktur biaya penanaman padi sawah.

**Kata Kunci:** Optimisasi, Kuhn Tucker, Biaya Produksi.

### **ABSTRACT**

*High production costs are one of the main problems in lowland rice cultivation, so efficient management of production inputs is needed. This study aims to determine the minimum cost structure of lowland rice cultivation using the Karush–Kuhn–Tucker (KKT) method. The research method used is a quantitative approach through nonlinear optimization modeling with the objective function of minimizing total production costs and constraints in the form of the availability of seeds, fertilizers, pesticides, and labor. The data used is simulated data adjusted to the general conditions of lowland rice cultivation. The results of the analysis show that the minimum cost of lowland rice cultivation obtained is Rp48,211,000.82 per planting period, with most constraints being in active conditions. These results indicate that the Karush–Kuhn–Tucker method is effective in optimizing the cost structure of lowland rice cultivation.*

**Keywords:** Optimization, Kuhn Tucker, Production Cost.

## **A. PENDAHULUAN**

Dalam proses pembangunan nasional Indonesia, sektor pertanian memegang peranan kunci sebagai penopang utama ekonomi. Sektor ini tidak hanya penting untuk menunjang perekonomian, tetapi juga krusial dalam upaya pengentasan kemiskinan, khususnya di wilayah pedesaan. Tujuan utama pembangunan pertanian adalah meningkatkan produksi dan pendapatan petani, yang pada gilirannya diharapkan dapat memperbaiki taraf hidup, memperluas lapangan kerja, dan mengatasi kemiskinan.

Optimasi merupakan suatu proses untuk memperoleh hasil yang ideal dan terbaik dari sebuah masalah keputusan dengan kendala sumber daya yang ada. Dalam matematika dan riset operasi, optimasi merujuk pada studi dan penerapan metode untuk mencari solusi terbaik atau mendekati solusi terbaik dari suatu masalah matematis tertentu. Tujuan optimasi adalah memaksimalkan atau meminimalkan fungsi tujuan yang diberikan seringkali dengan mematuhi serangkaian kendala yang terdefinisi dengan jelas. Dalam konteks agrikultur, optimasi memungkinkan peneliti menentukan alokasi sumber daya (misalnya luas lahan, tenaga kerja, input produksi) secara efisien agar output atau keuntungan bisa maksimum (Rachmawati & Yosmar, 2018)

Program nonlinier adalah salah satu teknik dari riset operasi untuk memecahkan masalah optimasi dengan fungsi tujuan berbentuk nonlinier, serta fungsi batasan dapat bertipe linier atau nonlinier. Bentuk umum dari masalah pemrograman nonlinier adalah mencari nilai  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  dengan  $x$  adalah variable keputusan (Bazaraa, M.S., Sherali, H., dan Shetty, 2006)

Fungsi tujuan :

Memaksimalkan atau meminimumkan  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Dengan kendala :

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_i$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b_i$$

Untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, m$

dengan  $b_i$  adalah konstanta non negative (tak negatf) dan  $x \geq 0$

Dalam konteks pertanian, hubungan antara luas lahan dan hasil produksi tidak selalu linear karena dipengaruhi oleh faktor agronomis seperti kesuburan tanah, curah hujan, dan

interaksi antar-input produksi. Oleh karena itu, model pemrograman nonlinier lebih sesuai digunakan untuk memformulasikan masalah optimalisasi produksi tanaman padi, jagung, dan kelapa yang memiliki karakteristik hubungan input-output yang kompleks dan tidak proporsional (Rahmatullah, A., & Hamdani, n.d.)

### **Metode Lagrange dan Kondisi KKT (Kuhn–Tucker)**

Metode Lagrange digunakan untuk menentukan titik ekstrem dari suatu fungsi yang memiliki kendala. Pengali Lagrange digunakan untuk mencari titik ekstrim atau solusi optimal (maksimum atau minimum) dari sebuah fungsi yang terbatas oleh suatu atau beberapa kendala (constraint) tertentu (Saputra et al., 2023). Metode ini mengubah masalah optimasi dengan kendala menjadi masalah optimasi tanpa kendala dengan menggunakan variabel tambahan. Kontruksi fungsi Lagrange merupakan proses di mana fungsi tersebut mencakup penjumlahan atau selisih antara fungsi tujuan dengan hasil perkalian antara pengali Lagrange dan fungsi kendala.

$$L(x, y, \lambda_i^*) = f(x, y) + \sum_{i=1}^n \lambda_i^* g_i(x, y)$$

Dengan  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  dan  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$

Keterangan:

$L(x, y, \lambda_i^*)$  : Fungsi Lagrange,  $i = 1, 2, \dots, n$   
 $f(x, y)$  : Fungsi Tujuan  
 $g_i(x, y)$  : Fungsi Kendala,  $i = 1, 2, \dots, n$   
 $\lambda_i^*$  : Pengali Lagrange

Pada tahun 1951, Kuhn Tucker mengembangkan suatu metode optimasi yang berguna untuk menemukan titik optimal dari permasalahan yang memiliki kendala, baik dalam bentuk linier maupun nonlinier. Metode Karush-Kuhn-Tucker adalah perkembangan dari penyelesaian model nonlinier dengan kendala berbentuk persamaan yang dilakukan dengan mencari titik-titik stasioner, yaitu titik yang mampu menjadi titik optimal (Sinha, A., Soun, T., dan Deb, 2019)

Diberikan fungsi tujuan  $f(x)$  dan fungsi kendala  $g_i(x)$  merupakan suatu permasalahan program nonlinier dengan pola memaksimumkan atau meminimumkan.

$$Z = \sum_{k=1}^n (c_k x_k) \text{ untuk } k = 1, 2, 3, \dots, n$$

Kendala:  $\sum (a_{jk} x_k) \leq b_j$  atau  $\sum_{j=1}^m (a_{jk} x_k) \geq b_j$

untuk  $j = 1, 2, 3, \dots, m$  dan semua  $x_k \geq 0$

Dimana:

$Z$  : Fungsi tujuan

$x_k$  : Variabel keputusan ke- $k$  pada fungsi tujuan

$c_k$  : Koefisien variabel keputusan ke- $k$  pada fungsi tujuan

$a_{jk}$  : Koefisien variabel keputusan ke- $k$  pada kendala (sumber daya) ke- $j$

$b_j$  : Sumber daya yang tersedia dalam kendala ke- $j$

Syarat Karush-Kuhn-Tucker

1.  $\frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum \left( \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right) + s_j = 0$ , untuk  $j = 1, 2, \dots, n$
2.  $\lambda_i [b_i - g_i(x)] = 0$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, m$
3.  $\left( \frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum \left( \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right) \right) x_j = 0$ , untuk  $j = 1, 2, \dots, n$
4.  $\lambda_i \geq 0$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, m$
5.  $s_j \geq 0$ , untuk  $j = 1, 2, \dots, n$

**Tabel 1.** Syarat Cukup Karush-Kuhn-Tucker

| Jenis Optimasi | Syarat  |          |                                          |
|----------------|---------|----------|------------------------------------------|
|                | $f(x)$  | $g_j(x)$ | $\lambda_i$                              |
| Maksimasi      | Konkaf  | Konveks  | $\lambda_j \geq 0 (i = 1, 2, \dots, m)$  |
|                |         | Konkaf   | $\lambda_j \leq 0 (i = m + 1, \dots, n)$ |
|                |         | Linier   | Tidak dibatasi ( $i = n + 1, \dots, p$ ) |
| Minimasi       | Konveks | Konveks  | $\lambda_j \geq 0 (i = 1, 2, \dots, m)$  |
|                |         | Konkaf   | $\lambda_j \leq 0 (i = m + 1, \dots, n)$ |
|                |         | Linier   | Tidak dibatasi ( $i = n + 1, \dots, p$ ) |

## B. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan metode optimisasi matematis. Tujuan penelitian adalah untuk menentukan struktur biaya minimum pada penanaman padi

sawah melalui penerapan metode Karush–Kuhn–Tucker (KKT). Metode ini digunakan karena permasalahan yang dikaji merupakan optimisasi dengan kendala berbentuk pertidaksamaan.

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data simulasi, yang disusun berdasarkan kondisi umum penanaman padi sawah dan disesuaikan dengan kebutuhan pemodelan optimisasi. Data simulasi meliputi penggunaan input produksi, biaya penanaman padi per hektar, serta ketersediaan input di gudang dalam satu periode tanam. Penggunaan data simulasi dimaksudkan untuk menghindari kesamaan dengan penelitian sebelumnya.

### **Variabel Penelitian**

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas variabel keputusan, fungsi tujuan, dan fungsi kendala.

### **Variabel Keputusan**

$x_1$  = jumlah benih yang digunakan

$x_2$  = jumlah pupuk yang digunakan

$x_3$  = jumlah pestisida yang digunakan

$x_4$  = jumlah tenaga kerja

### **Model Matematika Optimasi**

Model optimasi dalam penelitian ini disusun untuk menentukan kombinasi luas panen padi, jagung, dan kelapa yang memberikan keuntungan maksimum dengan mempertimbangkan keterbatasan luas lahan.

#### **a. Fungsi Tujuan (Objective Function)**

Fungsi tujuan dalam penelitian ini adalah meminimalkan total biaya penanaman padi sawah yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\min Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4$$

dengan:

$x_1$ : jumlah benih (kg)

$x_2$ : jumlah pupuk (kg)

$x_3$ : jumlah pestisida (kg)

$x_4$ : jumlah tenaga kerja (HOK)

$c_i$ : biaya input ke- $i$

**b. Kendala**

Fungsi kendala disusun berdasarkan keterbatasan ketersediaan input produksi, yang dirumuskan sebagai berikut:

$$g_1(x) = a_{11}x_1 + a_{14}x_4 \geq b_1$$

$$g_2(x) = a_{22}x_2 + a_{24}x_4 \geq b_2$$

$$g_3(x) = a_{33}x_3 + a_{34}x_4 \geq b_3$$

$$g_4(x) = a_{44}x_4 \geq b_4$$

dengan syarat:

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

**Metode Analisis (KKT – Kuhn–Tucker)**

Analisis optimasi dalam penelitian ini dilakukan menggunakan Metode Karush–Kuhn–Tucker (KKT), yang merupakan pendekatan matematis untuk menyelesaikan masalah pemrograman nonlinier dengan kendala. Pada pengolahan data menggunakan metode Langkah-langkah analisis data dengan metode Karush Kuhn-tucker adalah sebagai berikut:

1. Pengambilan data
2. Membentuk Pemodelan matematika
  - a) Membentuk fungsi tujuan
  - b) Membentuk fungsi kendala
3. Penyelesaian menggunakan metode Kuhn-tucker
  - a) Membentuk model program linear
  - b) Merubah bentuk pertidaksamaan dari fungsi kendala menjadi persamaan dengan menambah slack variable
  - c) Membentuk fungsi Lagrange
  - d) Mencari solusi  $(x, \lambda)$
  - e) Membuat fungsi tujuan menjadi optimum (Putri et al., 2024).

**C. HASIL DAN PEMBAHASAN**

**Hasil:**

Data jenis kebutuhan penanaman padi per hektar dan data modal biaya penanaman padi per hektar disajikan untuk memberikan gambaran mengenai penggunaan input produksi serta

struktur biaya yang dikeluarkan dalam satu periode tanam. Data kebutuhan penanaman mencerminkan jumlah benih, pupuk, pestisida, dan tenaga kerja yang diperlukan dalam proses budidaya padi sawah, sedangkan data modal biaya menggambarkan besarnya pengeluaran pada masing-masing komponen input produksi. Kedua data tersebut digunakan sebagai dasar dalam penyusunan model optimisasi biaya dan menjadi landasan dalam analisis efisiensi penanaman padi sawah menggunakan metode Karush–Kuhn–Tucker.

Tabel 2. Data Jenis Kebutuhan Penanaman Padi per Hektar

| Jenis Pembiayaan                  | Pengelompokan Jenis Pembiayaan (Kg) |       |           |      |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-------|-----------|------|
|                                   | Bibit                               | Pupuk | Pestisida | Upah |
| Pembibitan                        | 30                                  | -     | -         | -    |
| Pemupukan                         | -                                   | 480   | -         | -    |
| Pemberian Pestisida               | -                                   | -     | 6         | -    |
| Pekerja (Buruh Tani)              | 18                                  | 4     | 6         | 42   |
| Stok yang Tersedia di Gudang (Kg) | 720                                 | 3600  | 40        | 115  |

Tabel 3. Modal pada biaya penanaman padi per hektar

| Jenis Pembiayaan | Biaya yang dikeluarkan |
|------------------|------------------------|
| Bibit            | 740.000                |
| Pupuk            | 2.050.000              |
| Racun            | 825.000                |
| Upah             | 4.950.000              |

Optimisasi Biaya Penanaman Padi dengan Menggunakan Metode *Kuhn Tucker*:

1. Menentukan Variabel Keputusan

$x_1$  = jumlah benih yang digunakan

$x_2$  = jumlah pupuk yang digunakan

$x_3$  = jumlah pestisida yang digunakan

$x_4$  = jumlah tenaga kerja

2. Merumuskan Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan yang didapat adalah biaya penanaman padi yaitu:

Min

$$f(x) = 740.000x_1 + 2.050.000x_2 + 825.000x_3 + 4.950.000x_4$$

3. Merumuskan Fungsi Kendala

Fungsi kendala atau pembatas yang digunakan pada fungsi optimisasi ini yaitu didapat dari pengelompokan bahan yang digunakan pada penanaman padi

Fungsi Kendala:

$$g_1(x) = 30x_1 + 18x_4 \geq 720$$

$$g_2(x) = 480x_2 + 4x_4 \geq 3.600$$

$$g_3(x) = 6x_3 + 6x_4 \geq 40$$

$$g_4(x) = 42x_4 \geq 115$$

4. Membentuk Model Matematika Pemrograman Linier

Langkah selanjutnya setelah fungsi tujuan dan fungsi kendala dibentuk, maka dapat pemrograman linear sebagai berikut:

Min

$$f(x) = 740.000x_1 + 2.050.000x_2 + 825.000x_3 + 4.950.000x_4$$

Kendala:

$$g_1(x) = 30x_1 + 18x_4 \geq 720$$

$$g_2(x) = 480x_2 + 4x_4 \geq 3.600$$

$$g_3(x) = 6x_3 + 6x_4 \geq 40$$

$$g_4(x) = 42x_4 \geq 115$$

5. Penyelesaian dengan Metode *Kuhn Tucker*

Mengubah kendala menjadi bentuk persamaan dengan mengurangi variabel *slack* non negatif pada setiap  $g_i(x)$ . Maka diperoleh hasil bentuk permasalahan *Kuhn Tucker* sebagai berikut:

Min

$$f(x) = 740.000x_1 + 2.050.000x_2 + 825.000x_3 + 4.950.000x_4$$

Kendala:

$$g_1(x) = 30x_1 + 18x_4 - S_1^2 = 720$$

$$g_2(x) = 480x_2 + 4x_4 - S_2^2 = 3.600$$

$$g_3(x) = 6x_3 + 6x_4 - S_3^2 = 40$$



$$g_4(x) = 42x_4 - S_4^2 = 115$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0$$

Selanjutnya adalah mengubah permasalahan optimisasi menjadi sebuah bentuk fungsi *Lagrange*

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i (g_i(x) - b - S_i^2)$$

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, S_1, S_2, S_3, S_4) \\ = 740.000x_1 + 2.050.000x_2 + 825.000x_3 + 4.950.000x_4 \\ + \lambda_1(30x_1 + 18x_4 - S_1^2 - 720) \\ + \lambda_2(480x_2 + 4x_4 - S_2^2 - 3.600) \\ + \lambda_3(6x_3 + 6x_4 - S_3^2 - 40) \\ + \lambda_4(42x_4 - S_4^2 - 115) \end{aligned}$$

Persamaan *Lagrange* yang telah didapat akan digunakan menjadi fungsi tujuan dalam mencapai nilai optimisasi biaya penanaman padi di Sumatera Utara. Langkah selanjutnya yaitu mencari nilai dengan mengubah bentuk fungsi *Lagrange* ke dalam bentuk persamaan *Kuhn Tucker* dengan bentuk umum sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i}(x, \lambda, S) = 0 \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x, \lambda, S) = 0 \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i}(x, \lambda, S) = 0 \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 740.000x_1 + 30\lambda_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 2.050.000x_2 + 480\lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = 825.000x_3 + 6\lambda_3 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_4} = 4.950.000x_4 + 18\lambda_1 + 4\lambda_2 + 6\lambda_3 + 42\lambda_4 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 30x_1 + 18x_4 - S_1^2 - 720 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 480x_2 + 4x_4 - S_2^2 - 3.600 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = 6x_3 + 6x_4 - S_3^2 - 40 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = 42x_4 - S_4^2 - 115 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_1} = -2\lambda_1 S_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_2} = -2\lambda_2 S_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_3} = -2\lambda_3 S_3 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_4} = -2\lambda_4 S_4 = 0$$

Langkah selanjutnya yaitu menentukan nilai berdasarkan persamaan (4.9) sampai dengan persamaan (4.12), maka didapatkan nilai  $S$  sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial S_1} = -2\lambda_1 S_1 = 0 \rightarrow S_1 = \frac{0}{-2\lambda_1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_2} = -2\lambda_2 S_2 = 0 \rightarrow S_2 = \frac{0}{-2\lambda_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_3} = -2\lambda_3 S_3 = 0 \rightarrow S_3 = \frac{0}{-2\lambda_3} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_4} = -2\lambda_4 S_4 = 0 \rightarrow S_4 = \frac{0}{-2\lambda_4} = 0$$

Langkah selanjutnya adalah dalam menentukan nilai kali ini adalah menggunakan aturan perkalian matriks dimana dalam aturan perkalian matriks ini memiliki rumus umum

$$A = \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 480 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 42 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -740.000 \\ -2.050.000 \\ -825.000 \\ -4.950.000 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = A^{-1}B$$

$$\lambda_1 = \begin{bmatrix} 0,0333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0021 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1667 & 0 \\ -0,0105 & -0,0002 & -0,0120 & 0,0238 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -28.000 \\ -2.050.000 \\ -210.000 \\ -5.400.000 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = \begin{bmatrix} -0,9333 \\ -4,3050 \\ -35,0070 \\ -132,4200 \end{bmatrix}$$

Syarat cukup metode *Kuhn Tucker* pada kasus linier adalah  $\lambda$  yang tidak dibatasi oleh tanda yang mana artinya  $\lambda \geq 0$  atau  $\lambda \leq 0$  sehingga dapat dikatakan bahwa syarat cukup metode *Kuhn Tucker* pada permasalahan ini telah terpenuhi. Selanjutnya yaitu mencari nilai  $x_i$ . Berdasarkan persamaan berikut:

$$30x_1 + 18x_4 = 720$$

$$480x_2 + 4x_4 = 3.600$$

$$6x_3 + 6x_4 = 40$$

$$42x_4 = 115$$

Dapat dilihat, didapatkan nilai  $x_4 = 2,73$ . Subtitusikan nilai  $x_4$  sehingga didapatkan nilai untuk  $x_1 = 22,362$ . Nilai selanjutnya yaitu, diperoleh nilai  $x_2 = 7,2725$ . Terakhir diperoleh nilai untuk  $x_3 = 3,936$ .

Langkah terakhir setelah didapatkan  $(x_i, \lambda_i, S_i)$  adalah menghitung biaya optimal dari permasalahan optimisasi. Subtitusikan ke dalam fungsi *Lagrange* yang merupakan fungsi tujuan optimal, sehingga diperoleh:

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i (g_i(x) - b - S_i^2)$$

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, S_1, S_2, S_3, S_4)$$

$$= 740.000(22,362) + 2.050.000(7,2725) + 825.000(3,936) + 4.950.000(2,73)$$

$$+ (0,9333)(30(22,362) + 18(2,73) - 720)$$

$$+ (-4,3050)(480(7,2725) + 4(2,73) - 3.600)$$

$$+ (-35,0070)(6(3,936) + 6(2,73) - 40)$$

$$+ (-132,4200)(42(2,73) - 115)$$

$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, S_1, S_2, S_3, S_4) = 48.211.000,82$$

---

**Pembahasan:**

Hasil optimisasi struktur biaya penanaman padi sawah dengan menggunakan metode Karush–Kuhn–Tucker menunjukkan bahwa solusi optimal dicapai ketika sebagian besar kendala berada pada kondisi aktif. Hal ini ditunjukkan oleh nilai variabel slack yang bernilai nol pada hampir seluruh kendala, kecuali pada kendala tertentu yang bersifat tidak mengikat. Kondisi tersebut mengindikasikan bahwa penggunaan input produksi berada pada batas minimal yang dibutuhkan untuk mencapai biaya minimum.

Nilai fungsi Lagrange yang diperoleh sebesar Rp48.211.000,82 menunjukkan total biaya minimum yang harus dikeluarkan petani dalam satu periode tanam berdasarkan kombinasi input yang digunakan. Nilai ini merupakan hasil substitusi variabel keputusan, pengali Lagrange, dan variabel slack ke dalam fungsi Lagrange, yang telah memenuhi seluruh syarat optimalitas Karush–Kuhn–Tucker. Dengan demikian, solusi yang diperoleh dapat dinyatakan sebagai solusi optimal secara matematis.

Berdasarkan hasil perhitungan pengali Lagrange, diperoleh nilai  $\lambda_1 = -0,9333$ ,  $\lambda_2 = -4,3050$ ,  $\lambda_3 = -35,0070$ , dan  $\lambda_4 = -132,4200$ . Nilai pengali Lagrange yang bernilai negatif menunjukkan bahwa peningkatan ketersediaan input produksi pada kendala terkait berpotensi menurunkan nilai fungsi tujuan, yaitu total biaya penanaman padi. Namun demikian, karena nilai pengali Lagrange tidak dibatasi oleh tanda dalam metode Karush–Kuhn–Tucker, kondisi ini tetap memenuhi syarat optimalitas.

Variabel slack yang diperoleh menunjukkan bahwa sebagian besar kendala berada pada kondisi aktif, yang berarti bahwa penggunaan input produksi telah dimanfaatkan secara efisien dan tidak terdapat kelebihan penggunaan input. Namun, pada kendala tertentu diperoleh nilai slack yang positif, yang mengindikasikan adanya kelebihan ketersediaan input dibandingkan dengan kebutuhan aktual dalam proses produksi. Kondisi ini mencerminkan bahwa tidak seluruh input produksi menjadi faktor pembatas dalam kegiatan penanaman padi sawah.

Secara ekonomi, hasil optimisasi ini menunjukkan bahwa struktur biaya penanaman padi sawah dapat ditekan hingga tingkat minimum tanpa mengurangi kebutuhan input produksi yang esensial. Efisiensi biaya terutama dipengaruhi oleh pengelolaan input pupuk, pestisida, dan tenaga kerja, yang memiliki kontribusi signifikan terhadap total biaya produksi. Penggunaan input yang tepat sesuai kebutuhan dan ketersediaan stok menjadi faktor kunci dalam mencapai efisiensi biaya penanaman padi.

Dengan demikian, penerapan metode Karush–Kuhn–Tucker dalam optimisasi struktur biaya penanaman padi sawah memberikan gambaran yang jelas mengenai kondisi optimal penggunaan input produksi. Hasil penelitian ini dapat menjadi dasar bagi petani maupun pengambil kebijakan dalam merencanakan penggunaan input produksi secara lebih efisien guna meningkatkan keberlanjutan usaha tani padi sawah.

#### **D. KESIMPULAN**

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa penerapan metode Karush–Kuhn–Tucker (KKT) mampu memberikan solusi optimal dalam menentukan struktur biaya minimum penanaman padi sawah dengan mempertimbangkan keterbatasan ketersediaan input produksi. Model optimisasi yang dibangun dengan fungsi tujuan meminimalkan total biaya produksi dan kendala berupa ketersediaan benih, pupuk, pestisida, serta tenaga kerja telah memenuhi seluruh syarat optimalitas Karush–Kuhn–Tucker.

Hasil optimisasi menunjukkan bahwa total biaya minimum yang harus dikeluarkan dalam satu periode tanam adalah sebesar Rp48.211.000,82. Nilai ini diperoleh dari kombinasi penggunaan input produksi yang efisien, di mana sebagian besar kendala berada pada kondisi aktif. Hal tersebut mengindikasikan bahwa input produksi dimanfaatkan secara optimal tanpa adanya pemborosan sumber daya.

Nilai pengali Lagrange yang diperoleh memberikan informasi mengenai sensitivitas biaya terhadap perubahan ketersediaan input produksi. Selain itu, keberadaan variabel slack yang bernilai positif pada kendala tertentu menunjukkan bahwa tidak seluruh input produksi menjadi faktor pembatas dalam proses penanaman padi sawah. Secara ekonomi, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa efisiensi biaya produksi dapat dicapai melalui pengelolaan input yang tepat dan terencana.

Dengan demikian, metode Karush–Kuhn–Tucker dapat dijadikan sebagai salah satu pendekatan matematis yang efektif dalam membantu petani maupun pengambil kebijakan untuk merencanakan penggunaan input produksi secara efisien guna menekan biaya penanaman padi sawah dan meningkatkan keberlanjutan usaha tani.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Bazaraa, M.S., Sherali, H., dan Shetty, C. (2006). *Nonlinear Programming. USA: John Wiley & Sons.*
- Fatmawati, D., Putro, D., Baskoro, T., & Panuju, D. R. (2023). *Alokasi Pemanfaatan Lahan Komoditas Unggulan Tanaman Pangan di Kabupaten Purwakarta ( Allocation of Land Utilization for Superior Food Crops in Purwakarta Regency ).* 28(1), 1–9. <https://doi.org/10.18343/jipi.28.1.1>
- Ningrum, I.N., Kiftiah, M., dan Pasaribu, M. (2023). Penerapan Metode Karush Kuhn Tucker Dalam Optimasi Biaya Produksi Kopi. *Jurnal Buletin Ilmiah Mat. Stat. Dan Terapannya.*, 12(5): 461.
- Putri, N., Rina, I., & Syahrul, M. S. (2024). *PENERAPAN METODE KARUSH KUHN-TUCKER DALAM OPTIMALISASI KEUNTUNGAN UMKM RENDANG NAN LAMAK KOTA PADANG.* 03(02), 74–82.
- Rachmawati, R., & Yosmar, S. (2018). *Pendekatan Pemrograman Linier untuk Menyelesaikan Masalah Farm Planning.* 15(1), 42–49.
- Rahmatullah, A., & Hamdani, R. (2024). (n.d.). Optimalisasi Produksi Padi Menggunakan Pemrograman Kuadratik. *Prisma Sains: Jurnal Pengkajian Ilmu Dan Pembelajaran Matematika Dan IPA*, 12(1), 55–63.
- Sinha, A., Soun, T., dan Deb, K. (2019). Using Karush-Kuhn-Tucker proximity measure for sloving bilevel optimization problems. *Swarm and Evolutionary Computation* 44: 496-510.
- Suwarto, S. (n.d.). PRODUKTIVITAS LAHAN USAHATANI SESUAI KELEMBAGAAN LAHAN (Suatu Tinjauan Teoritis). *Journal of Rural and Development*, 3(1).
- Yuliani, F., Hermawan, H., & Suryana, E. A. (2024). *STRATEGI OPTIMALISASI LAHAN SUBOPTIMAL DALAM KETAHANAN PANGAN.*