

Kajian Literatur Penerapan Prinsip Inklusi dan Eksklusi Pembelajaran Matematika Diskrit

Andi Mangaraja¹, Sri Ulfah Afriani², Almira Amir³
Universitas Islam Negeri Syekh Ali Hasan Ahmad Addary^{1,2,3}
andimangaraja22@gmail.com

Abstract

The Principle of Inclusion–Exclusion (PIE) is a fundamental concept in discrete mathematics, essential for calculating the size of the union of intersecting sets, with significant implications in combinatorics, probability theory, and algorithm analysis. This literature-based study aims to comprehensively examine the approaches and applications of PIE in mathematics pedagogy from both theoretical and practical perspectives. Using recent sources (2020–2025) from accredited SINTA and Scopus journals, the review reveals that the pedagogical implementation of PIE not only strengthens students' understanding of combinatorial concepts but also enhances their logical, analytical, and critical thinking skills. Strategies such as problem-based learning, Venn diagram utilization, and exploratory approaches have proven effective. Integrating PIE into the discrete mathematics curriculum plays a vital role in developing higher-order thinking skills (HOTS) that are highly relevant to the demands of 21st-century education.

Keywords: Principles Of Inclusion And Exclusion, Discrete Mathematics, Combanitorics, Literature Studies, And Learning.

Abstrak

Prinsip Inklusi-Eksklusi (PIE) merupakan konsep fundamental dalam matematika diskrit, esensial untuk menghitung ukuran gabungan himpunan yang beririsan, dengan signifikansi tinggi dalam kombinatorika, teori probabilitas, dan analisis algoritma. Penelitian berbasis kajian literatur ini bertujuan mengkaji secara komprehensif pendekatan dan aplikasi PIE dalam pedagogi matematika dari sudut pandang teoretis dan praktis. Menggunakan sumber-sumber terkini (2020–2025) dari jurnal SINTA terakreditasi dan Scopus, kajian ini menemukan bahwa implementasi PIE secara pedagogis tidak hanya menguatkan pemahaman konsep kombinatorial, tetapi juga meningkatkan kemampuan berpikir logis, analitis, dan kritis mahasiswa. Strategi seperti pembelajaran berbasis masalah, diagram Venn, dan pendekatan eksploratif terbukti efektif. Integrasi PIE dalam kurikulum matematika diskrit memiliki kontribusi vital dalam mengembangkan keterampilan berpikir tingkat tinggi (HOTS) yang relevan dengan kebutuhan pendidikan abad ke-21.

Kata Kunci: Prinsip Inklusi Dan Eksklusi, Matematika Diskrit, Kombanitorika, Kajian Literatur, Dan Pembelajaran.

A. PENDAHULUAN

"Bayangkan sebuah teka-teki di mana kamu harus menghitung semua kemungkinan, tapi ada jebakan: beberapa kemungkinan tumpang tindih. Di sinilah Prinsip Inklusi dan Eksklusi (PIE) datang sebagai pahlawan! Diperkenalkan oleh Abraham de Moivre di abad ke-18, PIE

adalah alat matematika yang membantu kita menghitung elemen-elemen dalam himpunan yang saling beririsan tanpa menghitung ganda. PIE terus berkembang, menjadi andalan dalam kombinatorika dan teori probabilitas, seperti yang dijelaskan oleh Harris (2022).

Dalam konteks penghitungan elemen dari beberapa himpunan yang memiliki irisan, Prinsip Inklusi-Eksklusi (PIE) menyediakan metode sistematis untuk memastikan akurasi. Secara fundamental, prinsip ini menyatakan bahwa total elemen yang unik dapat dihitung dengan menjumlahkan kardinalitas setiap himpunan, kemudian mengoreksi kelebihan penghitungan akibat irisan. Koreksi ini dilakukan dengan mengurangi kardinalitas irisan antara dua himpunan, menambahkan kardinalitas irisan antara tiga himpunan, dan seterusnya, mengikuti pola bergantian. Dengan demikian, PIE memungkinkan perhitungan yang tepat dari gabungan himpunan tanpa duplikasi. Penerapan Prinsip Inklusi-Eksklusi (PIE) bukan hanya sekadar alat matematika, tetapi juga sarana ampuh untuk mengasah kemampuan berpikir logis dan analitis siswa. Penelitian menunjukkan bahwa ketika PIE diintegrasikan dengan studi kasus nyata-seperti analisis data statistik, pemodelan jaringan kompleks, atau perhitungan probabilitas kejadian majemuk-siswa tidak hanya memahami konsep, tetapi juga mengembangkan intuisi matematis yang mendalam (Haber, 2021; Fox, 2023). Lebih lanjut, penggunaan media visual interaktif, seperti diagram Venn dinamis dan perangkat lunak matematika, membuka jalan bagi pemahaman yang lebih intuitif terhadap pola penghitungan yang rumit (Unila, 2020).

Prinsip inklusi-eksklusi, jika diterapkan dalam pembelajaran, dapat menjadi alat yang efektif untuk mengembangkan keterampilan berpikir tingkat tinggi (HOTS) pada mahasiswa. Pendekatan ini memungkinkan mahasiswa untuk berpikir logis dalam menemukan pola, meramalkan konsekuensi, dan menyatukan ide-ide matematika, yang relevan dengan Kurikulum Merdeka dan strategi pembelajaran yang dibutuhkan di era modern ini. Dari perspektif pendidikan, topik ini sangat penting. Dalam pembelajaran matematika diskrit, prinsip ini sering menjadi tantangan bagi mahasiswa karena memerlukan pemahaman konseptual yang kuat mengenai operasi himpunan, pola penjumlahan dan pengurangan, serta kemampuan berpikir abstrak (Notiragayu dkk., 2020). Artikel ini menawarkan inovasi dalam bentuk kajian literatur komprehensif yang memadukan aspek teoretis dan pedagogis PIE, dengan fokus pada strategi pembelajaran yang relevan dengan tuntutan Kurikulum Merdeka dan pembelajaran abad ke-21.

Kajian ini juga menyoroti potensi penggunaan representasi visual dan teknologi interaktif untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa tentang PIE. Selain itu, artikel ini memberikan rekomendasi praktis bagi pendidik tentang cara mengintegrasikan PIE dalam pembelajaran matematika diskrit secara efektif. Artikel ini menawarkan inovasi dalam bentuk kajian literatur komprehensif yang memadukan aspek teoretis dan pedagogis PIE, dengan fokus pada strategi pembelajaran yang relevan dengan tuntutan Kurikulum Merdeka dan pembelajaran abad ke-21. Kajian ini juga menyoroti potensi penggunaan representasi visual dan teknologi interaktif untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa tentang PIE. Selain itu, artikel ini memberikan rekomendasi praktis bagi pendidik tentang cara mengintegrasikan PIE dalam pembelajaran matematika diskrit secara efektif.

B. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kajian literatur (*library research*) dengan menelaah berbagai sumber ilmiah yang relevan mengenai prinsip inklusi dan eksklusi dalam konteks matematika diskrit dan pembelajaran matematika. Pendekatan ini dipilih karena tujuan penelitian berfokus pada penyusunan sintesis teoretis dan praktis berdasarkan hasil-hasil penelitian terdahulu, bukan pada pengumpulan data empiris di lapangan.

Sumber literatur yang dikaji berasal dari jurnal nasional terakreditasi SINTA (peringkat 1–5) serta jurnal internasional terindeks Scopus, yang diterbitkan pada periode 2020–2025. Artikel diperoleh melalui berbagai basis data ilmiah, seperti Google Scholar, ResearchGate, ScienceDirect, SpringerLink, dan Portal Garuda Ristekdikti. Kriteria pemilihan literatur meliputi: (1) artikel membahas konsep atau penerapan prinsip inklusi–eksklusi, baik dari perspektif teoretis maupun aplikatif; (2) penelitian menyoroti integrasi atau implikasi prinsip inklusi–eksklusi dalam pembelajaran matematika atau bidang kombinatorika; (3) publikasi tersedia dalam bentuk full-text; dan (4) artikel diterbitkan dalam lima tahun terakhir (2020–2025).

Analisis data dilakukan melalui analisis isi (*content analysis*) dengan tahapan identifikasi, pengelompokan, telaah hasil, dan sintesis hubungan antara teori prinsip inklusi–eksklusi dengan implementasi pedagogisnya.

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil telaah pustaka menunjukkan bahwa Prinsip Inklusi dan Eksklusi (PIE) memegang peranan yang signifikan dalam pembelajaran matematika diskrit, khususnya dalam

memperdalam pemahaman mahasiswa terhadap konsep kombinatorika serta logika himpunan. Prinsip ini tidak hanya berfungsi sebagai metode untuk menghitung banyaknya elemen pada himpunan yang memiliki irisan, tetapi juga memiliki cakupan penerapan yang luas dalam berbagai bidang lain, seperti teori probabilitas, analisis algoritma, dan struktur data (Haber, 2021; Fox, 2023).

Beberapa penelitian menyoroti tiga fokus utama kajian: (1) teori dan formulasi matematis, (2) penerapan dalam kombinatorika dan ilmu komputer, serta (3) implikasi terhadap pembelajaran matematika.

Secara matematis, prinsip ini dirumuskan sebagai $|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = \sum |A_i| - \sum |A_i \cap A_j| + \sum |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots + (-1)^{n+1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|$. Formulasi ini membantu mahasiswa memahami pola penjumlahan dan pengurangan bertingkat, sekaligus melatih kemampuan berpikir deduktif (Harris, 2022).

Kajian literatur menunjukkan bahwa penerapan Prinsip Inklusi dan Eksklusi (PIE) dalam pembelajaran matematika diskrit memiliki peranan strategis dalam memperkuat kemampuan berpikir kombinatorik dan logika himpunan mahasiswa. Pendekatan visual melalui penggunaan diagram Venn terbukti efektif dalam membantu peserta didik memahami hubungan antarhimpunan secara konseptual serta menghindari miskonsepsi pada operasi irisan dan gabungan. Penelitian Unila (2020) dan Nurmilah (2024) mengonfirmasi bahwa pemanfaatan media interaktif serta model discovery learning dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam mengenali pola dan membangun generalisasi matematis. Sejalan dengan temuan tersebut, Prillyana et al. (2024) menunjukkan bahwa pengembangan media berbasis diagram Venn interaktif secara signifikan memperkuat pemahaman konseptual terhadap operasi himpunan.

Dalam konteks internasional, Ďuriš (2021) menegaskan bahwa representasi relasional dalam pengajaran kombinatorika mampu menjembatani pemahaman dari tahap konkret menuju abstrak. Sementara itu, Martins (2022) dan teks ajar *An Invitation to Combinatorics* (2021) menyoroti bahwa variasi formulasi PIE dapat diadaptasi untuk memfasilitasi pengajaran yang berorientasi pada pemecahan masalah dan penalaran logis. Selain itu, Batanero et al. (2024) menemukan bahwa integrasi PIE dengan konteks probabilitas kejadian majemuk mampu meningkatkan literasi probabilistik serta menumbuhkan kemampuan penalaran matematis tingkat tinggi. Dengan demikian, konsistensi antara temuan nasional dan internasional menunjukkan bahwa pendekatan visual, interaktif, dan kontekstual dalam

pengajaran PIE tidak hanya memperkuat pemahaman konseptual mahasiswa, tetapi juga meningkatkan motivasi intrinsik serta relevansi materi terhadap penerapan nyata dalam bidang analisis data dan probabilitas.

Meskipun Prinsip Inklusi–Eksklusi (PIE) memiliki potensi besar dalam membangun kemampuan berpikir kombinatorik dan logika matematis, proses pembelajarannya sering menghadapi kendala konseptual yang cukup kompleks. Salah satu kesulitan utama yang dialami mahasiswa adalah dalam memahami mekanisme penghitungan bergantian antara penjumlahan dan pengurangan yang menjadi inti dari prinsip ini, serta dalam mengidentifikasi irisan antarhimpunan secara sistematis. Hambatan ini tidak semata-mata bersifat prosedural, tetapi juga berkaitan dengan keterbatasan mahasiswa dalam menghubungkan representasi simbolik dengan makna konseptual di balik proses perhitungan.

Sejalan dengan hasil penelitian terbaru, Marwan (2023) menegaskan bahwa penerapan model blended learning dapat menjadi strategi pedagogis yang efektif untuk mengatasi permasalahan tersebut. Melalui perpaduan antara pembelajaran daring mandiri-yang memungkinkan mahasiswa mengeksplorasi konsep dengan kecepatan dan gaya belajar masing-masing, dan diskusi kolaboratif tatap muka, mahasiswa memperoleh kesempatan untuk mengonfirmasi, menguji, dan memperdalam pemahamannya terhadap logika irisan dan penghitungan bergantian dalam PIE. Pendekatan ini tidak hanya memperkuat interaksi kognitif antarpeserta didik, tetapi juga menumbuhkan kesadaran metakognitif, di mana mahasiswa mulai mampu merefleksikan kesalahan penalarannya sendiri. Dengan demikian, penerapan blended learning dalam konteks pembelajaran prinsip inklusi–eksklusi berpotensi menciptakan lingkungan belajar yang lebih adaptif, interaktif, dan berorientasi pada pembentukan pemahaman konseptual yang berkelanjutan.

D. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil telaah pustaka yang komprehensif, dapat disimpulkan bahwa Prinsip Inklusi dan Eksklusi (PIE) menempati posisi sentral dalam kajian matematika diskrit, terutama dalam membentuk landasan berpikir kombinatorik dan probabilistik yang sistematis. Prinsip ini bukan sekadar prosedur perhitungan pada himpunan yang beririsan, tetapi merupakan kerangka konseptual yang menumbuhkan kemampuan penalaran logis, analitis, dan reflektif pada mahasiswa.

Berbagai penelitian mutakhir menunjukkan bahwa efektivitas pengajaran PIE sangat

bergantung pada pendekatan pedagogis yang digunakan. Representasi visual melalui diagram Venn terbukti membantu mahasiswa mengonseptualisasikan hubungan antarhimpunan secara intuitif, sedangkan model pembelajaran berbasis penemuan (*discovery learning*) memberikan ruang eksploratif untuk membangun pemahaman melalui proses investigatif. Di sisi lain, penerapan model *blended learning* memperkuat pengalaman belajar dengan mengintegrasikan fleksibilitas pembelajaran daring dan kedalaman diskusi kolaboratif di kelas.

Secara keseluruhan, integrasi ketiga pendekatan tersebut mencerminkan arah pembelajaran matematika modern yang menekankan keterkaitan antara abstraksi teoritis dan penerapan kontekstual, sehingga mendorong terbentuknya kemampuan berpikir tingkat tinggi (*Higher-Order Thinking Skills/HOTS*) pada peserta didik. Dengan demikian, penerapan Prinsip Inklusi–Eksklusi tidak hanya memperkaya penguasaan materi matematika diskrit, tetapi juga berkontribusi pada pembentukan pola pikir ilmiah, adaptif, dan kritis yang relevan dengan tuntutan pendidikan abad ke-21.

DAFTAR PUSTAKA

- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2024). *Teaching and learning of probability: Trends, challenges and perspectives*. Cham, Switzerland: Springer.
- Cambridge University Press. (2021). *An invitation to combinatorics*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Dağlı, M. C., & Coşkun, M. (2022). *Several recurrence relations and identities on generalized derangement numbers*. Konya, Turkey: University of Konya Press.
- Đuriš, V. (2021). *Teaching combinatorial principles using relations*. Basel, Switzerland: MDPI. <https://doi.org/10.3390/educsci11120793>
- Fox, A. (2023). *Lecture notes: Principle of inclusion and exclusion*. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology. <https://math.mit.edu/~fox/MAT307-lecture04.pdf>
- Haber, H. E. (2021). *The inclusion–exclusion principle*. Santa Cruz, CA: University of California, Santa Cruz. <https://scipp.ucsc.edu/~haber/ph116C/InclusionExclusion.pdf>
- Harris, J. M. (2022). *Discrete mathematics and its applications* (8th ed.). New York, NY: McGraw-Hill Education.
- JPTAM. (2022). Suku ke- n aritmatika tingkat dua, tiga, dan empat: Pembahasan persamaan karakteristik relasi rekursif. Riau, Indonesia: Jurnal Pendidikan Tambusai.

- Martins, A. P. (2022). Formulations of the inclusion–exclusion principle from a teaching perspective. London, England: Taylor & Francis.
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1985987>
- Notiragayu, N., Wahyuni, D., & Nurul, F. (2020). Aplikasi Prinsip Inklusi Eksklusi dalam metode kombinasi Sensus Penduduk 2020. Bandar Lampung, Indonesia: Universitas Lampung Press. <https://repository.lppm.unila.ac.id/18151/>
- Nurmilah, R. (2024). Pengembangan pembelajaran relasi rekursif melalui model discovery learning. Bandung, Indonesia: EduMath: Jurnal Pendidikan Matematika.
- Prillyana, S., Cahyono, B., & Jamil, A. (2024). Developing interactive learning media “Venn Gram” to improve conceptual understanding of set operations. Bandung, Indonesia: Infinity Journal. <https://doaj.org/article/d5ad5813fb0f4836b9411e733e90e940>
- Unila. (2020). Aplikasi Prinsip Inklusi Eksklusi dalam penghitungan data statistik mahasiswa. Bandar Lampung, Indonesia: Jurnal Pendidikan Matematika.